

SALE

ov.  
inea

VITTORIO EM. III

9

FONDO PIZZOFALCONE



NAZIONALE

BIBLIOTECA

B. Prov.  
Miscellanea

<sup>B</sup>  
30  
199

NAPOLI

VITTORIO EM. III

BIBLIOTECA PROVINCIALE

*mis. B. 30. 199*

Armadio



Palchetto

Num.° d'ordine

*132*

*31196*

11.

XXV.



678706

## TRISEZIONE E TEORIA

Dell'angolo rettilineo, che la geometria piana con fecondità maravigliosa di molto sublimi, chiare, ed anche corte dimostrazioni, e più con sorprendente prova, che trisecando non erra, fa vedere a tutti, che questo problema è suo incontrastabilmente. Ed in ciò abbatte con infinita sua gloria l'Algebra, o a dir meglio l'algebra maneggiata dagli uomini, la riduce a perfetta ubbidienza con essi, e con impero assoluto da la legge non solo di non insegnarsi più la sciocchissima proposizione di essere impossibile, ma di dichiarare ancora a tutto il Mondo, che la Piana non solo triseca ogni angolo, ma pure colla sua maravigliosa teoria lo divide all'infinito ne dispari.

SECONDA EDIZIONE

MODIFICATA INTORNO ALLA BREVEZZA  
PEL SACERDOTE



**D. DIONIGIO SODA**



NAPOLI,  
PRESSO GLI EREDI DI MIGLIACCIO

~~~~~  
1835.

*L' Autore mette la presente opera sotto la  
salvaguardia della Legge.*

---

## AL GEOMETRA BENEVOLO

**I**l trisecare un angolo in tre parti eguali senz'ajuti meccanici, e con i soli principj di Euclide, per grido de' geometri di ogni età è stato creduto problema insolubile. Non a cagione che la detta Trisezione ripugnasse alla natura dell'angolo giacchè in natura non vi è quantità non tripartibile in parti eguali; ma per sola cagione che i mezzi geometrici non sieno sufficienti per detta trisezione. Quindi è avvenuto, che dal non essersi potuto finora da verun geometra a qualunque tentato modo ottenere l'intento con gli ajuti di Euclide, è nato il canone, che per non essersi fatto non si può fare. Canone di errore! perchè la impossibilità assoluta inerisce alla coesistenza del contraddittorio, e di ciò che ripugna alla natura delle cose. Ma l'addotta impossibilità non inerisce in altro, se non che nello aver finora ignorato il modo dei mezzi geometrici a sciorre il problema. Un tal fatto prova solamente, che finora co' detti mezzi non ci è riuscito sciogliere detto problema, e non già che ci sia impossibile di sciorlo.

Donde è, che la credenza canonizzata addiviene credenza di errore all'istante che per fatto si dimostra la Trisezione co' soli principj di Euclide. Da più anni ho meditato se fossero rinvenibili mezzi geometrici e trisecare: e mi lusingo, che ho coronato di buon fine le mie meditazioni. Ho dato in istampa varie produzioni su tale oggetto. Nel 1812 in sette teoremi due dimostrazioni di Trisezione geometricamente intitolate Produzioni Matematiche. Nel 1813 in nove teoremi una terza dimostrazione di Trisezione intitolata il Mondo nuovo de' geometri, o sia la Facilitazione; poichè quella delle Produzioni si trovava troppo lunga di nove carte: e benchè esatta, stancava, ed ognuno temeva di scordarsi qualche cosa necessaria a darne giudizio. Mi convenne perciò di spezzarla, facendone 50 paragrafi tra definizioni, teoremi, e corollarj, e così riuscì facile, mirabile, e dilettevole. Adunque sino alla suddetta epoca si hanno tre modi di trisecare, e tre ottime dimostrazioni, sebbene in seguito, alle Produzioni fu sostituita la Facilitazione. Era io pienamente contento di avere sciolto, e dimostrato il Problema con detti modi. Ma all'istante venni mosso da un vivo desiderio di dar altro modo ugualmente lampante sì,



ma in brevità tale, che maggiore, nè si potesse ottenere, nè si potesse bramare. Ed oh che travaglio mi costò per giugnervi. Quindi nel 1816 alle tre dimostrazioni aggiunsi due altri di modi diversi, che intitolai la Verità Rettificatrice. Debbo però francamente confessare, che in essa per quanto era chiaro lampante, e mirabile il secondo modo, e così breve, ch'è compreso in meno di una carta, e senza Lemmi, non così il primo. Esso era preceduto da tre lemmi; de' quali il secondo avea un difetto, e perciò difettosa divenne la dimostrazione. Onde delle cinque anzidette dimostrazioni, quattro erano ottime ed una paralogistica. La stanchezza della mente, che volea riposo dopo sì forte e lungo travaglio per dette invenzioni, quella stessa debolezza di nervi nella quale caddi, non mi fece istituire un nuovo esame: a questa disgrazia se ne aggiunse un'altra di essere uscite fuori pochissime copie. Appena però che la svista si presentò allo spirito rinvigorito alquanto; tolsi via detto opuscolo; nel quale come vi era una prefazione, e dissertazione istruttiva, che incontra il gusto di ogni letterato, è rimasto il titolo in quelle, ch'esistono, tagliando le carte del primo modo, e levando il secondo modo, lo attaccai agli

---

altri opuscoli : m'invogliai perciò nuovamente a produrre, e pubblicare dei tre il primo, e l'ultimo lemma. Ed oh quanta fu la gioja, che m'inondò l'anima, allorchè nel 1820 immersa nella più profonda meditazione, immaginò il più nobile modo di trisecare da contenere tre dimostrazioni con prova di non potersi errare, che adesso facilito con dimostrazione chiara, ed amabile, aggiungendone la seconda, che nel tempo stesso formano quarta, e quinta dimostrazione, prove che giustamente saranno pur la gioja dei più profondi geometri sinceri amanti della verità. Questo modo è fecondo di nuove verità nei suoi corollarj, già antecedentemente ammesse da geometri, che non sapevano, donde profluivano, come non sapevano, che un giorno si dovesse in poche carte ancora vedere la Trisezione, e che un tal modo doveva felicemente condurre alla Teoria di dividerlo all'infinito ne' dispari col mio gran travaglio e che ad ognuno sarebbe stato facile duplicare il cubo in forza della Trisezione, duplicazione finora ignorata, e tanto desiderata. Queste 5 dimostrazioni come sopra coll'aggiunta di quella del secondo modo dell'opuscolo del 1816, e colla Teoria sudetta sono appunto quelle che solo ristampo, modificando la prima, e seconda

7  
dimostrazione a cagion di brevità. Non riunisco tutti gli opuscoli di quello intitolato la Geometria piana rivendicatrice, finchè non saranno smaltite le copie esistenti. Ma un valente Matematico di questa capitale amico della verità, coraggioso, forte, sincero, e costante, avendomi fatto riflettere, che la riunione degli opuscoli, riguardanti la Trisezione formano parte, e non tutta la Geometria, così in avvenire lasciando ad ogni modo il suo titolo particolare le sarà sostituito quello di Trisezione. In appresso ristamperò la celebre scoperta della Teoria della divisione della retta all'infinito ne' spari, senza le proporzioni e la darò separata. Intanto chi fosse stato sì disgraziato, ch'essendogli venuta in mano la produzione del 1816, avesse voluto mettere in pubblica veduta colle stampe la svista sudetta, senza far motto, e plauso del modo secondo contenuto nello stesso opuscolo, come delle antecedenti, e delle posteriori, chiamo giudici tutt' i Matematici schietti, e tutt' i letterati dell' Europa a marcarlo con me dei neri caratteri di cui si rese meritevole. In prima adunque a me si rappresenta come precipitoso, e vano, il quale per comparire fra i letterati, divenne qual pazzo sfrenato, imitatore di colui, che per esser

nominato la mattina attaccò il fuoco al Tempio di Diana. Dippiù, se non parlò delle altre sette dimostrazioni, il dilemma è assai chiaro: egli è, o ignorante, che niente intende, o maligno, che non dice il bene, e dice il male passeggero, necessaria occasione alla perfezione dell'opra, ed all'allegria universale. Era io forse tenuto a dare più di una dimostrazione? era io un angelo, e non un uomo, che può per tanti motivi errare? adunque sinò a che sta in vista vostra, fischiate incessantemente un Romano, ed allora abbiate riposo, quando siasi da voi nascosto qual mostro. Per azzardo nel mese di Agosto di questo corrente anno 1835 D. Peppino Marchesana, mi fece sapere l'audacia di tal Romano, di cui subito mi scordai suo nome, e cognome, ed indi affatto ho curato di saperlo, e se lo sapessi, il mio decoro non permetterebbe certo di nominarlo. Le mie dimostrazioni, sebbene l'ultimo degli uomini mi rendono Leone a non curare le bajate di un cagnolino. Tali ancora si reputino tutti gli ostinati, i quali mentre vogliono comparire savj, e letterati, chiaramente si manifestano ignoranti, e ridicoli; poichè o non han compreso, o non comprendono tuttavia, che questo problema, essendo geome-

trico, si dee vedere, e trattare colla sola geometria. Questo appunto è quello, che a tanti, e tanti secoli si è ricercato, e desiderato: or che si è già con tanta felicità ottenuto, perchè farsi una guerra inutile, se non per mostrare a tutto il mondo i deliri di una infermità così brutale, e ridicola? E poichè non si può in avvenire allegare ignoranza di Trisezione, essa discuopre a maraviglia l'infermità dei geometri, come il sole l'infermità degli occhi malati, che non possono veder la luce ricreante gli occhi sani. Degli stessi, anzi di maggiori, e più cocenti rimproveri son degni coloro, che vedendo i loro canoni d'impossibilità erronei, e stravaganti, che furon sempre tali dimostrati a priori, senza il bisogno perciò della nuova scoperta verità, che pur gli conferma ignoranti di Metafisica, si sono apertamente dichiarati nemici della legge naturale, della cristiana morale, e privi di Sinderesi, che han perduta nemici dello stesso Dio terribile vendicatore; stanno adirati contro la ragione medesima, inconseguenti, e contradditorj a se stessi, si sdegnano della nuova verità, che li tormenta per seguire l'infame passione del personale interesse, traditori nemici del pubblico bene: e non potendo, bramano sacrifi-

carla, seducendo sfrontatamente gl'ignoranti con far risuonare alle loro orecchie le autorità ingannate, ed ingannevoli; mentre il consenso dell'uomo non può esser rapito fuorchè delle sole ragioni sode. Si arrossiscano una volta, non bastando i cappotti d'inverno per coprire i volti loro. Compiangiamone la miseria, e lasciamoli in preda della loro debolezza, tanto ben conosciuta da Matematici sinceri, e virtuosi. Lettor benevolo voi ben vedete da qual fonte derivano le mie meditazioni, e con qual principio mi sono invogliato a specolare, ed a geometrizzare la Trisezione. Se non ho preso errore, e se le dimostrazioni ( ancorchè una ) mi reggono, ho meritato la vostra benevolenza. Se non mi reggono ho tentato di meritarla.

## L E T T E R E

D I

D. ANGELO FANTONI

A L

MAGGIORE D. BONAVENTURA AMORELLI

*Bologna li 28 Ottobre 1820.*

AMICO MIO PREGIATISSIMO ,

*M*entre io godeva le amene colline di questa rispettabile Università, dalla volta di Firenze mia Patria, mi è pervenuto il vostro plico con entro le stampe dell' Eccellentissimo Signor Soda. Sono rimasto oltremodo sorpreso quando lessi l' enunciato del difficilissimo Problema della trisezione dell' angolo, ma la sorpresa passò in meraviglia, allorchè lessi la soluzione, e la dimostrazione trattata con una chiarezza, e precisione, che lo stesso Newton, ed Euclide non potevano meglio concepire, e m'avvidi essere la medesima quella che tanti esimj matematici non han potuto risolvere sino a giorni nostri, e la Genealogia matematica trascriverà con orgoglio negli annali della sua storia un' epoca sì memorabile, e renderà immortale il nome dell' impareggiabile vostro amico D. Dionigio Soda. Io nel momento che vi rendo mille ringraziamenti per la conoscenza d' una simile scoperta che formerà la gloria di Partenope allorchè sarà securissimamente approvata dalle Accademie principali d' Europa, vi assicuro ch' io dopo averla riletta ancora qualche





Bologna li 4 Novembre 1820.

AMICO CARISSIMO.

*V*i scrivo poche righe in fretta per dirvi che avendo fatta leggere al Presidente dell' Accademia di Modena il Problema del Signor Soda vostro degno amico, il medesimo tra lo stupore, e la maraviglia non ha saputo dirmi nulla. In sulle prime pareva che non fosse di ciò persuaso, ma poi analizzando la precisione, e la chiarezza colla quale il Signor Soda seppe così esattamente dimostrare un difficilissimo Problema creduto indissolubile sino a giorni nostri colla geometria piana, ha dovuto convenire sull' assunto, non avendo ragione alcuna per confutare l' evidenza della cosa. Bisogna dunque concludere che il Signor Soda ha tutta la ragione del mondo, ed ha dritto alla vostra protezione. Dopo domani partirò per Padova, e colà farò anche leggere a quei miei amici la suddetta soluzione sperando di raccogliere de' nuovi allori pel vostro rispettabilissimo Signor Soda, che vi prego di ossequiare con quella effusione di cuore degna per una mente così illuminata. Da Padova vi scriverò, e vi dirò ove potrete diriggere le vostre lettere, ma per non isbagliare scrivetemi a Ferrara dove resterò qualche tempo.

*Vi abbraccio, e sono*

Vost.<sup>o</sup> Aff.<sup>mo</sup>, e Ser.<sup>o</sup>  
A. FANTONI.

Padova 26 Dicembre 1820.

*A*mico mio Gentilissimo il giorno 23 dovea riunirsi un circolo de' più rinomati letterati per discutere sull' opera del Signor Soda, ma la partenza ripentina del Signor Conte Sanchetti mio compagno di viaggio effettutta il giorno 22 mi fe perdere questa felice occasione, ed una cena preparata a tale oggetto. Intanto a Basilea spero di combinare una simile riunione riserbandomi allora di scrivere in proposito, pregandovi per ora di non dir nulla al Signor Soda per non dirgli la mia maniera di pensare. Quest' opera non ha l' eguale, ed io mi farò un piacere di presentarla all' Accademia di Basilea, ove spero trovar vostre lettere per la fine di febbrajo. Debbo francamente dirvi che l' opera del Signor Soda corre la sorte delle grandi opere, che non così facilmente si capisce a prima vista, e tutti coloro che l' hanno letta, e riletta a Bologna a Padova, ed al Veneziano non hanno potuto affatto confutarla.

Vost.<sup>o</sup> aff.<sup>mo</sup>, e Ser.<sup>c</sup>  
A. FANTONI.

Fossaceca 6 Marzo 1818.

MARC' ANTONIO PROTASSA

AL SIGNOR

**D. DIONIGIO SODA**

PATRIZIO COTRONIATE.

**V**i domando mille perdoni, illustre Mattematico, se non risposi tosto alla nobilissima vostra lettera, insiem con la quale vi piacque indirizzarmi le vostre sublimi immortali produzioni mattematiche. Il desiderio di farvi una risposta, che contenesse il giudizio delle vostre opere, come voi mi comandavate, m' impegnò nella lettura delle medesime, che io credeva di assolvere in breve spazio di tempo; ma m' ingannai. Voi avete scritto così altamente, che per comprendervi bisogna aver tese tutte le fibre del cerebro per molte ore e per molti giorni consecutivi. I lemmi de' vostri opuscoli sono di una estrema difficoltà. Ma compresi alla fine, compensano con usura la fatica che vi si è fatta. Mi è impossibile testificarvi quanto fu la gioja che m' inondò l'anima, allorchè terminai la lezione non già, ma lo studio profondissimo della vostra trisezione. Io come folle gridava: *Pulchre, bene, recte*. Oh il prodigio della mente altissima del Mattematico Cotroniate! Oh! per certo Archimede fu men felice di voi allorchè sciolse il problema, che il Re Gerone gli propose. Possiate raccoglierne il degno frutto che meritate. Io non ho potuto frenare me stesso dal tesservi quella lode, a cui vi avete acquistato un imprescrittibile dritto. Io vi ho fatto un capitolo. Esso per verità deve risentirsi del languore della mia vec-

chiaja , e di quello partoritomi dalle malattie , giacchè anche queste congiurarono a non farmi con sollecitudine terminare l' approfondimento delle vostre idee , ed a rispondervi con la velocità del lampo. Ma voi ne' miei versi non dovete mirare altro , che lo slancio dell' anima elettrizzata dal vostro genio , e piena di ammirazione pel vostro sublime ingegno , e di gratitudine e riconoscenza per lo regalo che mi faceste.

Continuate la bella e gloriosa carriera , che vi avete dischiusa. Sia vostro novello travaglio lo scioglimento dell' altro celebre problema sulla quadratura del cerchio. Questo vi sarà più agevole del primo già da voi con tanta gloria e felicità risoluto. Non vi arrestate , o magnanimo D. DIONIGIO , perchè voi ben sapete.

Che sulle alpestri vie si fan gli eroi.

Conservatemi la vostra amicizia , ed abbiatemi costantemente nel novero de' veri vostri divotissimi servi , e profondi ammiratori.

**O**r si che volentier gli occhi alla luce  
 Chiudo dell' astro che maggior scintilla  
 E incontro morte all' età mia non truce ;  
**O**r che per tutto luminosa brilla  
 La trisezion dell' angolo eseguita ,  
 Tal che ne freme invidia e smania e strilla.  
**O SODA ! o SODA** l' opra tua gradita  
 Mi colma i sensi d' alta meraviglia ,  
 E a te procura al fin gloria infinita.  
**Niuna** opra grande all' opra tua somiglia  
 Ai tu fatto un prodigio , ài superato  
 La umanità , che al gran fare consiglia.  
**Fama** , che tardi ? Spiega i vanni , e fiato  
 Alle tue trombe or dà ; per tutto il mondo  
 Dì che l' angolo al fine è trisecato.  
**E** dì che **SODA** con saper profondo  
 Sol con la riga , e solo col compasso  
 Sciolto à il problema , ond' io ne son giocondo  
**La Geometria** per lui l' ultimo passo  
 Ver la perfezione al fine à spinto ,  
 Ed all' apice è giunta ora da basso.  
**Or** da vergogna e vituperio avvinto  
 Veggo il nemico tuo pien di stoltezza ,  
 Che dal problema tuo rimasto è vinto  
**Balordo derisor !** Chi mai l' ampiezza  
 A' misurato dell' ingegno umano ,  
 E tutta calcolò la sua grandezza ?  
**Quel** ch' era pria difficile , ora è piano  
 L' America era ignota , or si conosce.  
 L' ingegno ch' era infermo , adesso è sano.  
**Chi** sacro è di Minerva all' alme angosce ,  
 Chi non giuoca alle carte ed al bigliardo ,  
 Nè fa per ozio le sue fibre flosce ;

Ma tien su i labri ognor fiso lo sguardo ,  
 E medita e analizza e giorno e notte  
 Con l'ingegno attivissimo e gagliardo ;  
 Questi compone al fine opere dotte ,  
 De' secoli diventa lo stupore ,  
 Nè il Lete i libri suoi divora o inghiotte.  
 SODA , de' mattematici il bel fiore  
 Tu sei , ma fior che vizzo non diviene ,  
 E d' ampia eternità gode il favore.  
 Divino foco scorre le tue vene :  
 L' impossibil , per te possibil fassi :  
 Ed apri al mondo gloriose scene,  
 Mattematici , orsù la calce e i sassi  
 Adunate , e facciamo un monumento  
 Sul calle , ove di Pindo al monte vassi.  
 Sovra l' arco si scriva il gran portento ,  
 Io dico il libro , che il problema snoda ,  
 E questo motto , premio del talento.  
 » Il tempio è sacro a DIONICIO SODA ,  
 » Che solo e il primo à l' angl trisecato :  
 » Passaggier , date a lui mertata loda.  
 Cristoforo novello à ritrovato  
 A' Geometri tutti un nuovo mondo ,  
 E 'l modo d' arrivarvi a tutti à dato.  
 O ingegno veramente alto e profondo !  
 D' anglol la mente ti à concesso IDDIO  
 Irradiata di splendor giocondo ,  
 Splendor di Paradiso augusto e pio ,  
 Splendor che a me negò da fango stretto ,  
 E ben più volte gliel cercai pur io.  
 Ma ad altro , ad altro. Un sacrificio eletto  
 Facciamo al padre creator del lume ,  
 Che rischiarotti il vigile intelletto.  
 Un' ecatombe , com' è il bel costume ,  
 S' immoli , chè l' esempio a noi ne diede  
 PITAGORA che avea sublime acume.  
 Ma centupla ecatombe ora richiede  
 Il tuo problema , che ben cento volte  
 Maggior di quel' del Sofo il tuo si crede.

L' alme che non son invide nè stolte  
 Così parlan di te, fior degli eroi,  
 Che le scienze tutte in mente ài scelte.  
 Vengano omai da' ricchi tuoi proquoi,  
 Vengan di fiori con la fronte adorna  
 Divoti a' sacrificj i pingui buoi.  
 Il sangue sia del Nume, e sian le corna  
 De' nemici maledici arroganti,  
 Che questa mercede a chi mal fa, ritorna.  
 Sciogliete, o vati, su le cetre i canti,  
 E il re de' mattematici su l'etra  
 Oggi innalzate fra gli applausi e i vanti  
 Ma qual prodigio! Olà taccia la cetra:  
 Io veggio un Genio che dall'alto scende,  
 E d'alta maraviglia mi penetra.  
 O qual nel volto maestà gl' splende!  
 A' una fascia di luce che lo copre,  
 E l'aria al suo passar lieta si accende.  
 Dal monumento di DIONIGIO l'opre  
 E la riga e 'l compasso insieme afferra.  
 E del proprio fulgor l'orna e ricopre.  
 Poi spiega un volo dalla bassa terra  
 E via via fugge . . . Genio almo, t'arresta,  
 Se pietade di noi tuo cor rinserra.  
 Di, se la prece mia non è molesta,  
 Di, benefico Genio, a chi darai  
 Nel cielo i libri e 'l compasso e la sesta?  
 Vero è che n' abbarbagli e mente e rai:  
 Ma se tu vuoi, coll'alta tua favella  
 Del ciel le leggi intender ci farai.  
 Si sosta il Genio, e dolce ne favella . .  
 Udiam. Nel ciel la fama à porto il nome  
 Di SODA, e il vulga in questa parte e in quella  
 Tutti ne avvisa: or dir non vi so come  
 Si festeggia nel cielo, e insiem si sente  
 Dagli Spirti chiamar DIONIGIO a nome.  
 Tutta de' mattematici la gente  
 E Pitagora e Euclide ed Archimede  
 E Pappo e in un di Galileo la mente

E Cartesio e Leibnizio e quel che siede

Re fra i sofì l'altissimo Britanno

Di legger l'opre di DIONIGIO chiede.

Tutti affollati a lui d'intorno stanno

Gli eterei Spirti: a lui quest'opre io reco . . .

E tace e vola su l'etereo scanno,

E agghiaccia l'estro che non è più meco.



Fossaceca a' 18 dicembre 1818.

Mio rispettabilissimo Amico

**O** mille obblighi con voi: io vi debbo scrivere per mille titoli. Mi piace incominciare con chiedervi scusa del silenzio lungamente con voi praticato. Non voglio frodarmi della lusinga che voi conosciate pienissimamente le mie gravi occupazioni, la mia vecchia etade, e i molti affanni che mi circondano. Ma se io non ò impugnata la penna per rispondere alle tre vostre gentilissime lettere prima di questo momento, ò però tenuto in attività la mia lingua, predicando i vostri talenti rari, e le vostre sublimi produzioni a tutti quelli che sono molto inoltrati nella carriera delle scienze più ardue, e che anno con successo varcato, l'immenso oceano delle matematiche. Io non soglio vantarmi di oper incominciate e non finite, per cui non mi permetto di dirvi quai lettere abbia io spedito oltramare ed oltramonte, perchè la luce del vero si diffonda da per tutto, e rimbombi in ogni angolo della culta Europa il vostro nome immortale. Basta: Minerva seconderà i miei sforzi: io non dispero di veder registrato il vostro nome nell'albo delle prime accademie di questa più culta parte del mondo.

Che vi dirò ora di quella gentil sorpresa che vi è piaciuto di farmi, dando alle stampe il tenuissimo mio omaggio poetico? Io non mi attendeva tanto da voi. Quelle povere mie terzine erano appena meritevoli del vostro compatimento. Prima di farle di pubblico dritto, perchè non me ne scriveste una parola? Io avrei corretti molti de' miei versi, e per farvi cosa più grata vi avrei mandato le composizioni di altri più illustri poeti miei diletteggianti ami-

ci, che pure vi ànno intessute delle ghirlande co' fiori immarcescibili colti per voi nel Parnasso.

*Intanto io sono stato fatto bersaglio delle ingiurie dell' inettissimo matematico Gaetano Rossi da Catanzaro. Benedettissimo Iddio! Ed è possibile che giunga a tanto l' audacia dell' uomo? Io adoro i dereti della provvidenza, la quale co' motteggi del Rossi à voluto fiaccare il mio orgoglio; e memore de' precetti della divina sapienza, che bisogna perdonare al nemico. Io do tutta la mia venia al sozzo rettile che mi oltraggiò.*

*Sono desiderosissimo di dare alla luce le mie opere matematiche. È necessario omai che io faccia conoscere al mondo, che non meritava gli oltraggi che mi sono stati vomitati. Vi volete voi, mio gentilissimo amico, incaricare della direzione della stampa, non potendo io essere di presenza in Napoli? Io mi attendo dalla vostra bontà questa grazia. Mi auguro ancora che mi farete l' onore d' accettare la dedica delle mie opere. Se mi risponderete favorevolmente, vi manderò in un plico istesso i miei manoscritti, e una cambiale di 300 ducati per la spesa della stampa.*

*Non ò tempo dipiù dilungarmi. Alla prsma occasione vi scriverò molto più a lungo. Nella ricorrenza del nuovo anno, vi auguro tutte le felicità, che la vostra grand' anima sà desiderare. Vi abbraccio tenerissimamente e con la più grande stima mi contesto, e mi glorio di essere*

V.<sup>o</sup> Amico S.<sup>o</sup> ed Ammir.<sup>re</sup>  
MARCANTONIO PROTASSA.

#### AVVERTIMENTO DELL'AUTORE

Si avverte che dove nella medesima tavola si trovassero due figure, la seconda appartiene alla teoria della retta.

## A S S I O M A.

§. 1. **D**i due parti disuguali componenti una somma, la parte maggiore è anche maggiore della semisomma. Così la somma di  $7+5$ ; sarà 7 anche maggiore di  $6=\frac{1}{2}$  di  $7+5$ .

## L E M M A I.

§. 2. *Se dall'estremo della bisecante di un angolo rettilineo che ha lati eguali centro del cerchio descritto colla medesima, sia tirata una parallela al lato eguale alla metà del raggio; e l'estremo di essa sia nella corda tirata dal vertice. Se la parallela si prolunga, fino ad uguagliare la metà della somma di essa medesima, e della porzion della corda, che sta tra la parallela, e la periferia. 1. La prolungata resterà dentro il cerchio. 2. Sarà maggiore del lato del triangolo isoscele, che ha per base il raggio, e per suo lato, la porzion della corda, ch'è sotto la parallela.*

Sia MED il cerchio descritto colla ZM, bisecante dell'angolo LMT, e sia LMT un triangolo isoscele, che si intenda interamente costruito per aversi presente l'angolo uguale mancante, opposto in T. Sia ZN parallela ad LM  $=\frac{1}{2}$  di ZM. Sia il punto N, estremo della parallela ZN nella corda MB. Sia la prolungata ZV eguale ad una metà di ZN+NB. finalmente si bisechi la ZB in I. sia IO perpendicolare, e sia congiunta ZO. Sarà ZOB un triangolo isoscele. Dico 1. che la prolungata ZN in V, resta dentro il cerchio. 2. Che sarà maggiore di OB, lato di ZOB, e porzion della corda MB, che sta sotto la parallela ZN.

Dim. Essendo, attesa la costruzione, l'angolo ZNB ottuso; sarà ZB maggiore di NB. Ed essendo ZN metà di ZB, sarà NB maggiore di ZN; altrimenti

la somma de' due lati  $ZN$ ,  $NB$  sarebbe uguale, o minore del terzo  $ZB$ . Il ch'è assurdo. Per l'ipotesi poi  $ZV$  è  $\frac{1}{2}$  di  $NZ + NB$ ; La  $NB$  già dimostrata minore di  $ZB$  sarà maggiore di  $ZU$ . (Assioma §.1.). E quindi  $ZV$  sarà dentro il cerchio. Finalmente la somma di  $ZN$ ,  $NO$  è maggiore di  $ZO$ , aggiuntovi di comune  $OB$ , sarà la somma di  $ZN$ ,  $NO$ ,  $OB$ , o sia  $ZN$ ,  $NB$  anche maggiore della somma di  $ZO$ ,  $OB$ ; sarà una metà di  $NZ + NB$ , o sia  $ZV$ , anche maggiore di una metà di  $ZO + OB$  o sia  $BO$ . C.B.D.

## LEMMA II.

§. 3. *Se in un Cerchio descritto colla bisecante di qualunque angolo rettilineo che ha lati eguali, una corda s'intersechi col raggio parallelo al lato in modo che la porzione del raggio, ch'è verso il centro, uguagli la porzion della corda che sta sotto il raggio segato, ogni angolo verrà dalla detta corda trisecato.*

Sia  $LMT$  l'angolo del lem. antec. cioè qualunque. Sia  $MED$  il cerchio descritto colla  $ZM$  bisecante dell'angolo  $LMT$ . Sia  $VA$  porzion della corda  $MA$  che sta sotto il raggio uguale a  $ZV$ , porzione del raggio  $Zf$ , parallelo ad  $LM$ . Dico, che la corda  $MA$  è trisecante del dato  $LMT$ .

Dim. Essendo per l'ipotesi  $ZV = AV$ ; sarà  $VZA = VAZ$ , e per la stessa ragione  $ZMV = VAZ$ . Inoltre per essere le rette  $LM$ ,  $Zf$  parallele; saranno gli alterni  $LMV$ ,  $MVZ$  eguali. Di più  $MUZ$  è angolo esterno del triangolo  $AUZ$ , e perciò uguaglierà la somma de' suoi interni, ed opposti dimostrati eguali  $VZA$ ,  $VAZ$ ; e quindi uguaglierà il doppio dell'angolo  $VMZ$ ; sarà il suo uguale  $LMV$ , anche uguale al doppio dell'angolo  $VMZ$ ; onde fatto l'angolo  $ZMG = ZMC$ ; sarà  $LMC = CMG$ : ed essendo  $TMZ = LMZ$ , toltine gli altri due uguali  $GMZ$

CMZ, anche resterà  $TMG = LMC$ , e perciò ancora  $TMG = GMC$ . C.B.D.

## PROBLEMA

*Dato qualunque angolo rettilineo trisecarlo.*

## SOLUZIONE

§. 4. Sia LMT un angolo qualunque da trisecarsi. Si aggiunga alla costruzione del lem. 1 la seguente. Si congiunga MV, si prolunghi in A sia  $PB = ZV$  (lem. 1.) si tirino le rette Bh, AQ ciascuna eguale, e parallela ad UP. Si congiungano Uh, PQ. Sia l'angolo  $YPQ = QPB$ , e sia  $PY = PB$ . Si tiri XY eguale, e parallela a QA, e si congiunga UX. Dico, che  $UZ = VA$ .

## DIMOSTRAZIONE

Essendo, si guardi a sinistra della fig.<sup>a</sup>  $PB = ZU$  (lem. 1.) saranno le 5 rette UX, PY, Uh, PB, ZU tra esse uguali. Ancora è  $VA = PQ$ . Sono i quattro triangoli XUA, AVh, YPQ, QPB perfettamente uguali. Indi è IB semiraggio, e minore di  $OB = OZ$  (costruz. del lem. 1) la BO fissa in O, e molto più la PB fissa in P girando a sinistra verso A, il punto B si troverà una volta a sinistra di Q, e si avrà perciò una volta la XY parallela a QA, ed alla sinistra di QA. Inoltre XY, hB chiudono i due immaginati archetti uguali Xh, YB descritti con intervalli eguali Vh, PB; è ben evidente, che tra detti archi Xh, YB si possono tirare infinite parallele ad hB, o ad XY, le quali saranno tutte uguali colla legge inviolabile, che tanto scende l'una quanto sale l'altra: il che solo conserva e l'uguaglianza, ed il parallelismo delle medesime. Ma QA è appunto una di queste infinite parallele; saranno gli stessi punti A, Q necessariamente negli archi Xh, YB, e le basi eguali

$XA$ ,  $Ah$ ,  $YQ$ ,  $QB$  4 piccole corde de' medesimi; e quindi i due intervalli uguali  $Vh$ ,  $PB$  fissi in  $V$ ,  $P$  passeranno pei punti  $Q$ ,  $A$ ; e l'arco  $ZX$  descritto coll'intervallo  $VZ$  passerà necessariamente pel punto  $A$ ; dunque non sono uguali solamente tra esse le 5 mentovate rette, ma si debbono ad esse unire ancora le altre due  $VA$ ,  $PQ$ ; e saranno perciò tra esse eguali tutte le 7 rette  $VX$ ,  $VA$ ,  $Vh$ ,  $PY$ ,  $PQ$ ,  $PB$ ,  $VZ$ ; sarà  $VA = VZ$ , e quindi  $MA$  trisecante del dato  $LMT$  ( lemm. 11 ) C.B.D.

#### SECONDA DIMOSTRAZIONE.

§. 5. Nell'immaginato movimento il moto eguale de' 4 lati  $UX$ ,  $Uh$ ,  $PY$ ,  $PB$  è inseparabile dal moto eguale delle parallele  $hB$ ,  $XY$ ; e quindi a tutto rigore geometrico in fine del moto, che sarà sempre nella metà dello spazio tra esse, quando i lati  $UX$ ,  $Uh$  si troveranno in  $UA$ , ed i lati  $PY$ ,  $PB$  in  $PQ$ , si troveranno del pari la parallele  $hB$ ,  $XY$  in  $AQ$  per modo che i punti  $X$ ,  $h$  saranno sul punto  $A$ , ed i punti  $Y$ ,  $B$  sul punto  $Q$ ; e perciò i parallelogrammi  $UXYP$ ,  $UhBP$  combaceranno pienamente coll'altro  $UAQP$ ; dunque  $Uh$ , o  $UZ$  passa necessariamente per  $A$ ; e  $PY$ , o  $PB$  passa per  $Q$ ; sarà  $UZ = UA$ . C.B.D.

#### TERZA DIMOSTRAZIONE.

§. 6. Avendo i due  $AQBh$ ,  $AQYX$  la stessa inclinazione saranno uguali. Per la costruzione poi sono uguali i 4 triangoli  $XUA$ ,  $AUh$ ,  $YPQ$ ,  $QPB$ ; sarà  $AUh$  maggiore di  $KPB$  di quanto è  $QBK$ . Or  $UhBP$  contiene tutto il triangolo  $QPB$  meno  $QBK$ , e l'altro  $AUPQ$  contiene tutto  $AUh = QPB$  una con tutto  $AQBh$  meno  $QBK$ ; sarà  $UAQP$  maggiore di  $UhBP$  di quanto è tutto  $AQBh$ . Similmente si può dimostrare, che  $UXYP$  è maggiore di  $UAQP$  di quanto è  $AXYQ$ . Ma se  $UhBP$  s'ingrandisce de' due ugua-

li  $AXYQ$ ,  $hAQB$  quando giugne sulle uguali  $UX$ ,  $PY$  girando intorno a punti  $U$ ,  $P$ ; è necessario, che quando si trova nella metà dello spazio in  $UA$ ,  $PQ$  s'ingrandisca di uno de' due mentovati uguali  $AXYQ$ ,  $AQBh$ . Ma  $UAQP$  si è dimostrato maggiore di  $UhBP$  di quanto è  $AQBh$ ; sarà  $UAQP$  lo stesso che ciascuno de' due  $UhBP$ ,  $CXYP$ , che riceve diversa inclinazione in  $Uh$ , ed in  $UX$ , e riceve parimente diversa ampiezza co' medesimi lati  $UA$ ,  $AQ$ , C.B.D.

#### C O R O L L A R I O .

§. 7. Poichè lo stesso  $UhPB$  fisso ne punti  $U$ ,  $P$  diviene maggiore muovendosi a sinistra. Alla sola trisezione spettar dovea dimostrare particolarmente e geometricamente la prima volta la verità, che uguali fattori in geometria non danno uguali prodotti ne' parallelogrammi di diversa inclinazione. Ed è l'opposto di quell'altra insegnata finora da geometri già pur vera, che ad uguali ampiezze non corrispondono sempre lati rispettivamente uguali.

#### C O R O L L A R I O

§. 8. Essendosi dimostrato chiaramente  $PB \equiv UA \equiv UZ$ , ed essendo l'angolo  $MUP$  tale che costantemente col suo lato  $UP$  taglia  $BP \equiv UA$ ; sarà  $MUP$  invariabile, e quindi lo stesso rispetto a qualunque angolo trisecabile.

#### P R O V A I.

*Che non si può sbagliare trisecando.*

#### DIMOSTRAZIONE 4.

*Martello degli Ostinati.\**

§. 9. S'intenda, congiunta  $ZA$ . Per brevità fa d'uopo aversi presente, e non ripetere ciò che si è antecedentemente dimostrato, cioè  $BZO \equiv OBZ \equiv BMZ$

$fZA$ , o sia  $VZA = VAZ$ .  $LMZ = fZR = 3BMZ + 3AMB$  o sia  $3BZO + 3AMB$ .  $fZA = BZO + AMB$ . Tolto da  $fZA$  qualunque  $fZS$  che sia eguale a  $BZO$ ; resterà  $SZA = AMB$ , onde ai due uguali  $BZO$ ,  $fZS$  aggiunto di comune  $SZO$ ; sarà  $BZS = fZA$ , perchè le grandezze, che si uguagliano, aggiunta di comune una terza, si eguaglieranno anche tra di loro. E tolto da medesimi l'angolo  $SZA$  comune, sarà  $fZS$  o sia  $BZO = BZA$ ; e perciò le due rette  $ZO$ ,  $OA$  staranno in continuazione. Ma  $BZA$  fatto al centro uguaglia due  $AMB$ ; sarà  $BZO = 2AMB$ .  $BZR$  al centro, eguale a  $2BMZ$ , o sia  $2BZO$ , sarà  $BZR = 4AMB$  ed  $fZA = 3AMB$ ; sarà tutto  $fZR$ , o sia  $LMZ = 9AMB$ ; sarà dell'intero angolo  $LMT$ ,  $AMB = \frac{1}{9}$ ,  $BMZ = \frac{1}{9}$ , ed  $AMZ = \frac{1}{9}$  C.B.D.

## P R O V A II.

### D I M O S T R A Z I O N E 5.

§. 10. L'angolo  $fZR = 3BZO + 3AMB$ , ed essendo  $OZR = 3BZO$ ; sarà  $fZO = 3AMB$ . Togliendo in un caso, qualunque  $SZO = AMB$ ; l'angolo  $fZB$  resterà bisegato dalla retta, che congiungerà la metà dell'arco  $SA$ , ed il vertice  $Z$ . E se in un altro caso, s'immagini tolto qualunque  $fZS = BZO$  resterà bisecato lo stesso  $fZB$  dalla retta, che biseccherà  $SZO$ . Or essendo una la bisecante di un angolo, è chiaro, che i due casi supposti si confondono insieme anche in uno; è chiaro che nel primo caso  $fZS = AZB = 2AMB$  sia eguale a  $BZO$  del secondo caso; altrimenti vi fosse variazione, ed  $fZB$  resterebbe bisecato in un caso, ed in un ipotesi sola; e perciò  $ZO$ ,  $OA$  saranno una sola retta, e non due; e quindi  $fZR = 9AMB$ . C.B.D.



§. 11. Essendo  $ZO$ , minore di  $ZV$ , se si movesse intorno al centro  $Z$  il raggio  $ZB$ , una colla sua perpendicolare  $IO$  elevata dalla sua metà, segherebbe  $ZV$  tra punti  $V$ ,  $N$ ; e perciò il triangolo isoscele  $ZOB$ , non avrebbe più per suo lato la retta  $BO$  porzion della corda  $MB$ ; ma bensì un'altra retta, che prolungata andrà fuori del punto  $M$ . Di più delle infinite corde che tirar si possono a destra, o a sinistra del punto  $V$ , essendo le porzioni sotto il raggio, maggiori, o minori di  $ZV$  porzione del raggio  $Zf$ . È facile ad intendere che in un raggio, non vi può essere che un solo triangolo isoscele, formato come sopra nel problema da porzion del raggio, da porzion della corda, e da tutto il raggio, e che un solo ve ne può essere in ciascun quadrante del cerchio. Or essendo egualmente chiaro, che il suo vertice sia trisecante di ogni angolo, ho dimostrato ancora con certezza matematica, quanto sia l'ignoranza, e la superbia degli ostinati; quanto ridicoli nel far leggi; e quanto stolti all'aver voluto innalzarsi su l'errore fissato pur da essi come principio di verità.

## T E O R I A

*Della divisione dell'angolo rettilineo in qualunque numero di parti uguali.*

### D I C H I A R A Z I O N E

1. Da insegnarsi da maestri a' giovani pe' quali la scrivo, e prego a detti giovani ad intendermi, come se da una cattedra la facessi ai medesimi io stesso. Nella Trisezione l'ipotesi, che regge il problema, e che fissa costantemente questa gran verità si è, che la  $ZV$  fig. 1 Tav. 1. sia la semisomma della somma della metà della parallela  $Zf$ , e della porzione della corda che tra

questo punto, e la periferia tramezza. L'altra ipotesi poi, che sia  $ZN$  metà di  $Zf$ , non essendo in realtà tale, non gli offenda punto, perchè questa qualunque metà di  $Zf$ , serve al comodo di dimostrare, e di far intendere la dimostrazione senza pena, e senza violentar l'occhio; ed io parlo, e scrivo pe' geometri, non per gli artefici. Infatti se si prendesse  $ZN$  meccanicamente metà di  $Zf$ , sarebbe così vicina alla destra del punto  $V$ , che nemmeno un'altra linea si potrebbe tirare, e poi si vicina, come formar più i tre parallelogrammi tanto essenziali, pe' quali con tanta chiarezza, e semplicità si dimostra  $ZU = VA$ ? Se si prendesse così vicino, sarebbe pure lo stesso, ma per esibire l'apparecchio fatto, converrebbe di nuovo allontanarci dal punto, e costruire i parallelogrammi sudetti, ma resterebbe la figura più complicata, benchè si darebbe sempre la stessa dimostrazione. Quindi facilmente si comprenderà, che  $BMZ$  è un nono di  $LMT$ , solo perchè  $LMV$  è un terzo di  $LMT$ , altrimenti saremmo stati obbligati a dimostrare la metà di  $Zf$  ancora, siccome si è rigorosamente dimostrata  $ZV = VA$ , che produce la Trisezione generale, così forte, e costante in ogni angolo, che il volersi negare tuttavia, sarebbe lo stesso che mostrarsi privo di ragione, e di senso comune circa le ragioni, che la producono, ed un ignorante condannato anche all'errore; il negarla sarebbe assurdo tale, che si farebbe andar in fumo tutto la matematica, e si potrebbe agevolmente dimostrare, che di tutta la matematica, non resterebbero altro che tre sole definizioni della linea, della superficie, e del corpo, e niente più. Ringraziamo il dator di ogni cosa, cari giovani, per averci dato la Trisezione, che su di questo particolare, ha dissipate tante tenebre sparse nella matematica, specialmente da 50 anni a questa parte, da i geometri di Europa, senza parlar dell'altre epoche anteriori, che hanno stravolto il cervello, e conturbata la ragione. Adesso sciorrete i problemi colle due medie proporzionali, e colla

Trisezione , senza bisogno del calcolo sublime ; nè crediate quello che vi si dice , di cader i problemi antichi , nè che restano fermi , e veri : intendono dirvi che la Trisezione presenta una via breve , che piace , e giova più della lunga ; ed ecco il gran vantaggio , ed il gran lume arrecati alle matematiche.

#### A V V E R T I M E N T O

2. Ad evitar confusion di linee , e per rendere la figura più semplice che si possa in tutta la teoria , che essa sola esibisce , 1. tralascio di tirarle , potendosi facilmente immaginare , e così fermarci in quel che più interessa. 2. Che l'equivoco , se mai potesse nascere , non si può evitare , se non con distinguere le lettere grandi dalle piccole. 3. Che la Trisezione , è così indipendente dalla teoria , che in qualunque altro numero si voglia dividere l'angolo , si ha sempre a dare già trisecato. 4. Finalmente che sebbene la Trisezione sia indipendente , malgrado l'incostanza dell' arco , che punto nol cura , colla sua legge costante , e generale , stabilisce sempre la retta ; ch'è fra il punto trisecante , e l'estremo della parallela ; la quale apre la strada alla teoria che dev'essere costante , come è la parallela , che una volta tale , rimarrà sempre tale in ogni suo prolungamento.

#### P R O B L E M A

3. *Dato qualunque angolo rettilineo trisecato, prolungare il raggio parallelo al lato in modo , che stabilisca la legge di dividerlo ulteriormente in qualunque altro numero di parti eguali.*

#### S O L U Z I O N E.

Sia LMT l'angolo dato. Fig. T. 2. Sia MA Trisecante di LMT, e l'angolo BMZ eguale ad un nono di LMT. Sia IO perpendicolare elevata dalla

metà di  $ZB$ , tutto come nella soluz. della Trisez. Si congiungano  $ME$ ,  $MX$ . Col centro  $V$  trisecante, e coll'intervallo  $UZ$ , si descriva l'arco circolare  $ZdS$ , che interseca l'arco  $ME$  in  $d$ , ed il raggio  $ZE$  prolungato in  $S$ . Si prolunghino  $ZX$ ,  $Md$ ,  $ME$ , che s'incontrano nei punti  $F$ ,  $n$ . Si congiunga  $VS$ , che interseca  $Mn$  in  $C$ . Si congiunga  $CX$ . Coll'intervallo  $XC$ , si descriva il cerchio  $CYq$ . Che interseca la  $Un$  ne' punti  $Y$ ,  $q$ . Si tiri  $Xh$  parallela a  $Zd$ , e si congiunga  $nh$ . Col centro  $n$ , intervallo  $nh$ , si descriva il cerchio  $hkY$ , che interseca la  $FX$  in qualunque punto  $Y$ , e  $k$ . Si congiungano  $Cq$ ,  $CY$ ,  $hY$ ,  $hk$ . Dico, che la retta  $Xn$ , o  $nF$  sia il prolungamento ricercato.

#### D I M O S T R A Z I O N E.

Per le parallele  $ML$ ,  $ZX$ , l'angolo  $MLZ = EZX$  ma l'angolo  $MLZ$  ha per misura una metà di  $MHD$ , meno una metà di  $GdE$ , ovvero una metà di  $MGE$ , meno una metà di  $GdE$ , e finalmente una metà  $MG$ , e l'angolo  $EZX$ , ha per misura l'arco  $EX$ ; dunque sarà una metà di  $MG = EX$ . E con più facilità pe' giovani: se s'immagini dal punto  $M$  tirata una parallela a  $ZE$ , ecco nel punto  $M$  un angolo interno, di cui sua parte è eguale ad  $EZX$ , ma quello in  $M$  alla periferia, poggia sull'arco  $GM$ ; sarà  $GM$  doppio di  $EX$ . Inoltre se si tirassero successivamente dal punto  $E$  tre parallele ad  $ML$ , e tre a  $ZE$  dalle intersezioni di  $MZ$ , resterebbe diviso l'arco  $GE$  in 4 archi, ciascuno eguale ad  $XE$ ; e quindi  $GX$  ne comprenderà 5. Ed essendo per le parallele  $ZX$ ,  $ML$  eguali gli alterni  $LMX$ ,  $MXZ$ , ed  $MXZ = XMZ$ ; sarà l'angolo  $LMZ = 10$ . archi  $XE$ , e tutto  $LMT = 20$ ; e per essere  $GE = 4$ ; sarà  $LME$  eguale ad un quinto di  $LMT$ . Indi per la soluzione della Trisezione la retta  $ZU$ , è maggiore di  $ZO$ , e l'angolo  $BZO$  eguale ad un nono di  $LMT$ , ed  $EZX$  eguale ad un decimo; sarà  $ZX$  più vicina al raggio  $ZE$ , che non è  $ZO$  a  $ZB$ ; onde se la perpendicolare  $OI$  bisecò

ZB, non così quella che si calasse dal punto V; e quindi l'intervallo UZ, incontrerà la ZE prolungata in S. Inoltre LME, o sia  $LMn = EnZ$ , ed LMn dimostrato doppio di EZX; sarà  $EnZ$  anche doppio di EZX. Indi USZ, UZS sono eguali; sarà l'angolo esterno,  $SVn$ , o sia  $CVn$  anche doppio di EZX; e quindi  $CUn = EnV$ , o sia  $CnV$ . Di più le rette XC, XY, Xq sono eguali perchè raggi; sarà la Yq bisecata dalla CX in X, anche ad angoli retti; e quindi i triangoli CnX, CUX saranno equiangoli, ed equilateri; sarà  $Xn = XV$ . Ma LMn è uguale ad un quinto di LMT; dunque per aver questo quinto fa d'uopo prolungar la parallela ZX, finchè sia  $UX = Xn$ . Indi  $Zd = ZA$ , Vd, VZ son raggi, e per la Trisezione  $UZ = UA$ ; sarà  $dZU$ , o sia  $dZX = AZX$ . Di più  $UZA = UAZ = AMZ$ , o sia AMR, e perchè XZA, ed il suo eguale XZd son fatti al centro, ed AMR alla periferia; sarà l'arco AR doppio di ciascuno de' due uguali AX, Xd; sarà  $AR = AD$ . Di più AMR, è uguale ad un terzo di LMZ; sarà  $AMR = AMd = dML$ , o sia FML. Inoltre gli angoli alterni LMF, MFZ sono eguali; sarà lo stesso dFZ anche uguale a dZX, o sia dZF. Indi per le parallele hX, dZ, l'angolo  $dZX = hXF$ ; sarà pure  $hXF = hFX$ . Inoltre le rette nk, nY, nh sono raggi dello stesso cerchio, e perchè nh divide kY in due parti eguali; sarà eziandio  $knh = hnY$  cioè retti; saranno ancora i triangoli Fhn, Xhn equiangoli, ed equilateri; sarà  $Fn = nX$ ; e perciò anche uguale ad XV. Ma in V, si divide in 3, in X, in 4, in n, in 5, in F, in 6 parti eguali; dunque la legge da stabilirsi per dividere ulteriormente dopo tre parti eguali l'angolo dato, sarà di prolungare sempre per una retta eguale ad XV, e congiungere con una retta l'estremo, ed il vertice dell'angolo dato. Di più è considerabile assai, che dal punto X prolungando per 2  $XV = XF$  restando diviso in 6, in F, resta ancora ferma la soluzione della Trisezione, e vi coincide, e vi si confonde pienamente senza con-

tradizione colla data Trisezione, nella quale si dimostrò lo stesso  $AZX = AMZ$ , eguale ad un sesto di  $LMT$ ; dunque è vera, e chiara la stabilità legge; tanto maggiormente, che la divisione in 6 parti eguali, è indipendente da quella in 5, potendosi dimostrare sola: e dippiù hanno i problemi in 5, ed in 6 per comune soluzione il punto  $d$ , che ne mostra la connessione, e tra essi, e colla stabilità legge; sarà  $XF$  il prolungamento ricercato C. B. D.

### PROBLEMA SOLO.

§. 12. Dato qualunque angolo rettilineo trisecarlo.

#### SOLUZIONE II.

Sia,  $ZO$  *tav. I. fig. I.* si guardi la parte destra, e mai la sinistra della figura, la metà di  $ZM$ , e sia parallela ad  $MT$ . Si congiunga  $MO$ , e si prolunghi alla periferia. Si faccia in  $Z$  della  $YZ$  l'angolo  $PZY = PYZ$ , e si cali la perpendicolare  $PK$ . Si prolunghi  $ZO$  in  $F$ , finchè sia  $ZF$  uguale alla metà della somma delle rette  $ZO$ ,  $OY$ . Si congiunga  $MF$ , e si prolunghi. Si tagli  $YD = SZF$ . Col centro  $Z$ , intervallo  $ZF$  si tagli  $YD = ZF$ . Col centro  $Z$ , intervallo  $ZF$  si descriva l'arco circolare  $FS$ , che interseca la  $MY$  in  $S$ , e che incontra la perpendicolare  $KP$  prolungata in  $Q$ . Col centro  $Y$ , intervallo  $YD$ , s'intenda descritto un archetto, che intersechi la  $ZP$  in  $X$ . Si tirino a punti  $X$ ,  $S$  le rette  $YX$ ,  $ZS$ , e si congiunga  $DF$ . Dico che  $TMF$ , è un terzo di  $LMT$ .

L'angolo  $MOZ$  è esterno del triangolo  $ZOY$ ; sarà eguale a' due interni, ed opposti  $OZY$ ,  $OYZ$ ; sarà  $ZMO$  minore di  $TMO$ ; e perciò  $TMO = MOZ$  non può essere un terzo di  $LMT$ . Allora dunque sarà  $TMO$  un terzo di  $LMT$ , quando ingrandito  $ZMO$  di se stesso a sinistra, questo doppio  $ZMO$ , si aumenterà tanto a destra, ed a sinistra egualmente, quanto si diminuirà  $TMO$  per uguagliarlo; e per

conseguenza quando il triangolo scaleno ZOY, diverrà isoscele. Suppongasì frattanto quel ch'è in questione, cioè che sia TMF un terzo di LMT. In tale supposizione, si comprenderà (supponendo ancora che ZFR sia un triangolo isoscele) che per le parallele TM, ZF, l'angolo TMF sarà uguale ad MFZ, che è esterno del triangolo ZFR; e quindi uguale al doppio di ZMF. Si faccia l'angolo ZMC = ZMF; essendo gli angoli in Z retti, e gli angoli CMZ, GMZ fatti già uguali, saranno i rimanenti in C, ed in G ancor uguali; saranno uguali i loro conseguenti in C, ed in G, e di più essendo uguali gli angoli alla base del triangolo isoscele LMT; saranno i rimanenti LMC, TMG ancor uguali; e per conseguenza sarebbero del triangolo dato LMT le rette MC MG trisecanti. Or s'immagini, che le due rette uguali ZS, YX si muovano continuamente intorno a punti Z, Y, finchè si unirebbono ne' loro estremi X, S. S'immagini ancora, che la ZS muova la retta MY, finchè si confondano ZS colla sua eguale ZF, e la MY colla MR. In tale doppia immaginazione, e movimento, chiaro si osserva, che la XY mentre si muove intorno ad Y con moto proprio, vien pure mossa da MY, che la trae; e che perciò, fa differire l'unione delle due rette ZS, YX, e per conseguenza si uniranno in più lungo spazio; mentre se non vi fosse MY, si unirebbero in Q metà dello spazio SF. Ma il moto delle tre divise rette, è uno comune nella velocità, dunque l'unione delle due rette ZS, YX senza il movimento di MY, si farà nella metà dell'arco SF, e perciò nella perpendicolare KQ, e col movimento di MY si farà nel doppio, e termine dello spazio, cioè in F. Ma le ZS, YX sono uguali; dunque il triangolo ZFR è isoscele; e per conseguenza MF, è trisecante di LMT. C.B.D.

Oh Scrittor di tomi immensi  
Sai tu come il savio pensi?  
Misurar un libro suole  
Dal valor non dalla mole.

PIGNOTTI.

PRESIDENZA DELLA REGIA UNIVERSITA' DEGLI STUDI  
E DELLA GIUNTA DI PUBBLICA ISTRUZIONE.

*Napoli 18 Novembre 1835.*

Vista la dimanda di Rosa Quirola, con la quale chiede di voler ristampare l'opera intitolata -- *Trisezione e Teoria ec.* del signor D. Dionisio Soda;

Visto il favorevole parere del Regio Revisore signor D. Francesco Cavalier de Licteris;

Si permette che l'indicata opera si ristampi, però non si pubblichi senza un secondo permesso, che non si darà se prima lo stesso Regio Revisore non avrà attestato di aver riconosciuto nel confronto uniforme la impressione all'originale approvato.

*Il Presidente*

M. COLANGELO

*Il Segretario Generale e membro della Giunta*  
GASPARE SELVAGGI.

678706















